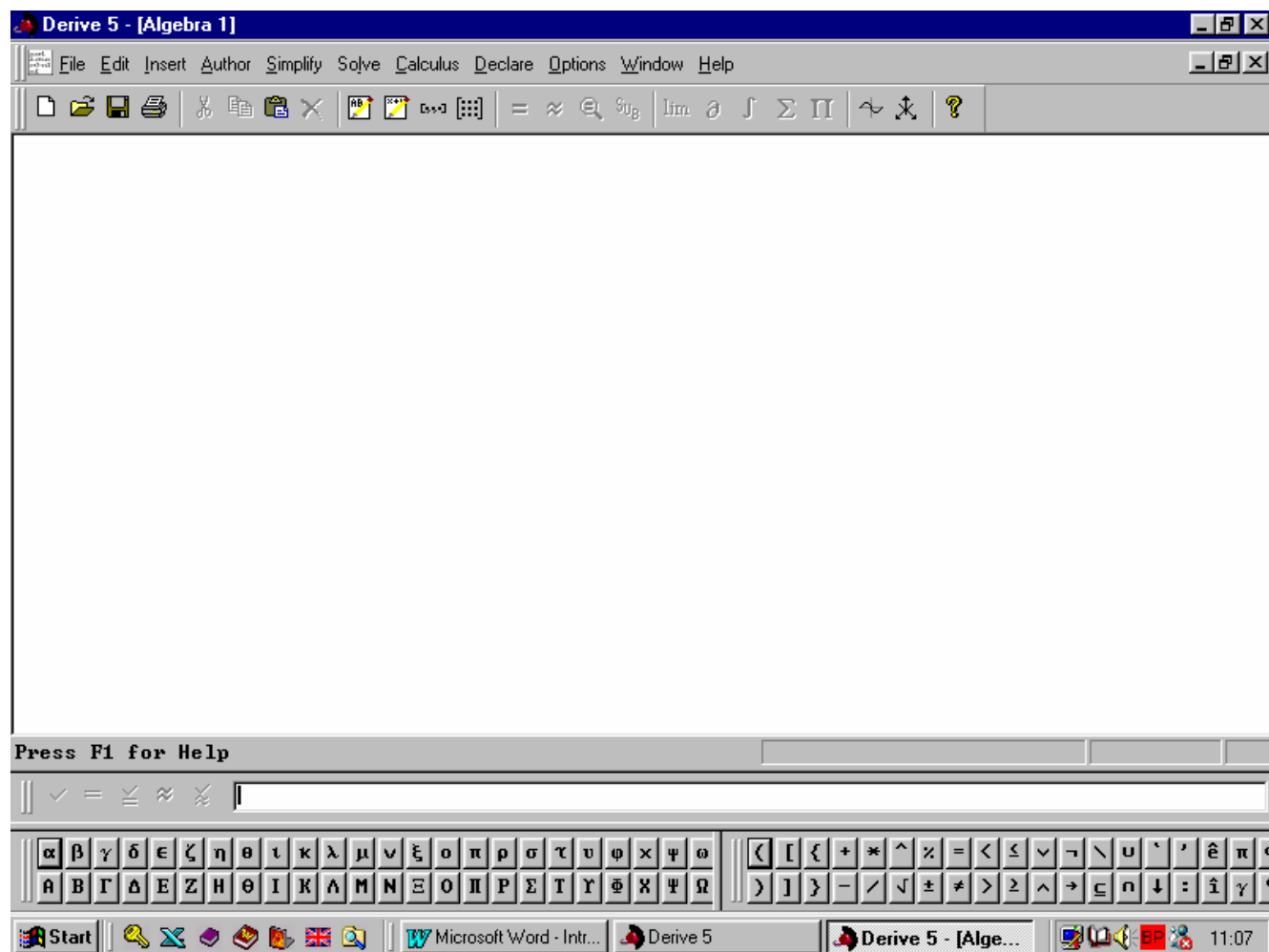


Въведение в DERIVE

Компютърната алгебрична система DERIVE (CAS DERIVE) често се описва като “математически асистент”. Тя е мощен и лесен за използване компютърен пакет за решаване на разнообразни математически проблеми. Целта на настоящото пособие е да представи някои от основните функции и команди на DERIVE.

1. Екранът на DERIVE.

Когато стартирате DERIVE ще се появи екран, който изглежда по следния начин:



Екранът на DERIVE е сходен с този на основните програми под WINDOWS.

Това, което виждате е тъй наречения *алгебричен прозорец*. Той се използва за писане и работа с алгебрични изрази, уравнения и формули. В долната част на екрана има тясно дълго поле, в което се извършва въвеждането. Ще го наричаме *поле за въвеждане*. Под него има две групи с бутони. Лявата група се състои от големите и малки гръцки букви, а дясната от основните математически символи.

DERIVE разполага и с 2D и 3D графични прозорци.

В следващите няколко параграфа ще се научите как да въвеждате и да работите с алгебрични изрази, уравнения и да чертаете графики.

2. Въвеждане на изрази в DERIVE.

След стартирането на DERIVE обикновено маркера е в *полето за въвеждане*. Ако маркера не е там, то *кликнете* в него с левия бутон на мишката. Вече сте готови да въвеждате на изрази или уравнения в DERIVE.

I. Въведете израза $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$. За целта в *полето за въвеждане* напишете 1/4 В 6/12 + 9/17.

Натиснете клавиша **Enter** от клавиатурата..

На екрана ще се появи следното

#1:
$$\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$$

Забележка 1:

Когато въвеждате изрази в DERIVE всички стандартни клавиши за редактиране от клавиатурата са ви на разположение: ←, →, **Home**, **End**, **Backspace**(←) и **Delete**.

II. Въведете израза 9^{27} : В *полето за въвеждане* напишете 9^27. Натиснете **Enter**.

На екрана ще се появи:

#2:
$$9^{27}$$

III. Въведете израза $\frac{x-4}{x^2-9x+20}$: *Напишете* (x-4)/(x^2-9x+20). Натиснете **Enter**.

На екрана ще се появи:

#3:
$$\frac{x-4}{x^2-9x+20}$$

IV. Сега въведете израза $\frac{3}{x-5} - \frac{7-x}{x^2+1}$ сами.

Забележка 2:

1. Внимавайте, къде и как поставяте скобите. При въвеждане на изрази и уравнения можете да използвате само следните скоби (). Не използвайте квадратни скоби []. Те са запазени за въвеждане на вектори и матрици.
2. След натискането на **Enter** *проверете* дали изразът, появил се на екрана изглежда като този, който е трябвало да въведете.
3. Ако изразът появил се на екрана не отговаря на израза, който е трябвало да въведете, то трябва да го **редактирате**. За целта направете следното:
 - *Кликнете два пъти върху номера на реда, в който е израза.* Като резултат в *полето за въвеждане* ще се появи копие на този израз.
 - *Извършете необходимите поправки и натиснете **Enter**.*
 - *Върнете се към точка 2.*


V. Въведете сами израза $\frac{\sqrt{d^2-f^2}}{d-f}$.


Забележка 3:

За да въведете $\sqrt{\quad}$, изберете един от следните два варианта:

Вариант I: Въведете **sqrt** и след това в скоби напишете израза под корена т.е.

Въведете **sqrt**($d^2 - f^2$)/($d - f$) ↵.

Вариант II: В полето с математически символи *кликнете върху бутона*  и знакът за корен ще се появи в *полето за въвеждане*. След това в скоби напишете израза под корена т.е.

Въведете  ($d^2 - f^2$)/($d - f$) ↵.

VI. Като работите по схемата, дадена в точка 3 на забележка 2, редактирайте така израза, че да получите $\sqrt{\frac{d^2 - f^2}{d - f}}$.

3. Опростяване на изрази в DERIVE.

Сега ще използваме DERIVE за да опростим всеки от въведените дотук изрази.


I. Опростете $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$. Маркирайте израза $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$, като кликнете с левия бутон на мишката върху номера на реда, в който се намира. Изберете от менюто **Simplify**. След това изберете **Basic**.


Ще получите следния резултат: $\frac{10}{51}$.

Забележка 4:

1. Фабричната настройка на DERIVE е такава, че връща резултата като дроб.
2. От тук нататък, когато искаме да укажем, че трябва да извършите няколко операции последователно, както по-горе при опростяването на $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$, ще записваме това по следния начин: Маркирайте израза $\frac{1}{4} - \frac{7}{12} + \frac{9}{17}$ > **Simplify** > **Basic**.

Запишете резултата като десетично число: Маркирайте реда, в който се намира дробта > Натиснете бутона .

Сега ще демонстрираме друг, по-бърз начин за опростяване изрази, чрез бутона .

II. Маркирайте израза 9^{27} > Натиснете бутона .

Ще получите следния резултат:

#7:

58149737003040059690390169

III. Опростете сами изразите $\frac{x-4}{x^2-9x+20}$, $\frac{3}{x-5} - \frac{7-x}{x^2+1}$ и $\sqrt{\frac{d^2-f^2}{d-f}}$, като маркирате всеки от тях и

използвате бутона . Трябва да получите съответно:

#8:

$$\frac{1}{x - 5}$$

#9:

$$\frac{2 \cdot (2 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 19)}{(x - 5) \cdot (x^2 + 1)}$$

#10:

$$\sqrt{(d + f)}$$

Изтрийте всички въведени дотук изрази, като ги *маркирате един по един и за всеки от тях натискате клавиша Delete*.

3. Разлагане на множители.

I. Разложете на множители израза $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$: *Въведете израза > Натиснете Simplify > Factor > Factor*.

Ще получите следния резултат:

#4:

$$(x - 3) \cdot (x - 6) \cdot (2 \cdot x + 1)$$

4. Разтваряне на скобите.

I. Разтворете скобите в израза $(3x - 5)(2x - 1)(4x - 3)$: *Въведете израза > Натиснете Simplify > Expand > Expand*. Ще получите:

#5:

$$24 \cdot x^3 - 70 \cdot x^2 + 59 \cdot x - 15$$

II. Разтворете скобите в израза $(x + 5)^{10}$.

5. Въвеждане и решаване на уравнения в DERIVE.

I. Решете уравнението $x^2 + 5x + 6 = 0$: *Въведете израза $x^2 + 5x + 6$ > натиснете Solve > Expression > Solve*. Ще получите следния резултат:

#8:

$$x = -3 \vee x = -2$$

Забележка 5:

За да решите кое да е уравнение от вида $f(x) = 0$, не е необходимо да изписвате “= 0” накрая т.е. достатъчно е да *въведете израза $f(x)$ и да натиснете Solve > Expression > Solve*.

II. Решете уравнението $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18 = 0$. Тъй като от точка 4 имате вече въведен израза $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$, то не е необходимо да го пишете наново. Извършете следните операции:

- *Маркирайте реда, в който се намира израза $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$*
- *Ако полето за въвеждане не е празно, то го изпразнете по следния начин: Кликнете в него с десния бутон на мишката и маркирайте израза, намиращ се там > Изтрийте го с Delete.*
- *Натиснете F3 и желания израз $2x^3 - 17x^2 + 27x + 18$ ще се появи в полето за въвеждане.*
- *Натиснете Enter. Вече сме готови да решим уравнението.*
- *Решете го по указания в точка I начин.*

6. Преработка на формули.


I. Въведете формулата $p = \frac{16u}{u-a}$. Тук променливата p е изразена чрез променливите u и a . Ако искаме да изразим променливата a чрез u и p , то е необходимо да направим следното: Въведете израза $p = \frac{16u}{u-a}$ > Натиснете **Solve > Expression > B Solution Variables** маркирайте променливата a > **Solve**.

Ще получите следния резултат:

#11:
$$a = u - \frac{16 \cdot u}{p}$$

II. Сега преработете дадената формула, така че u да бъде изразено чрез a и p .

7. Заместване.

Въведете формулата $a = \rho(1+\theta)^n$. Заместете променливите отдясно със следните техни стойности $\rho = 10$, $\theta = 1/3$, $n = 5$. За целта: Въведете формулата > натиснете бутона .

В излезлия прозорец, направете следното:

- маркирайте променливата n > кликнете в полето **New Value:** и напишете 5;
- маркирайте променливата ρ > кликнете в полето **New Value:** и напишете 10;
- маркирайте променливата θ > кликнете в полето **New Value:** и напишете 1/3.


Ще получите следния резултат:

#15:
$$a = \frac{10240}{243}$$


Сега запишете резултата като десетично число.

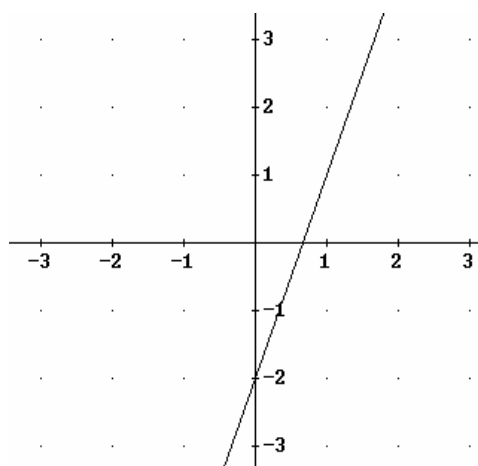
Изтрийте всичко въведено до тук.

8. Чертаене на графики.

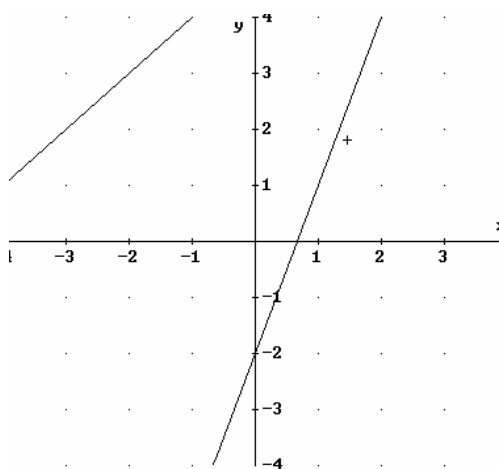
I. Начертайте графиката на функцията $y = 3x - 2$: Въведете $3x - 2$ > Натиснете бутона .

В резултат на извършените операции ще се появи нов – **графичен прозорец**, който ще покрие алгебричния прозорец, с който работихме до сега. В графичния прозорец има начертана координатна система.


Натиснете отново бутона  и графиката на $y = 3x - 2$ ще бъде начертана върху дадената координатна система, както е показано по-долу.



II. Начертайте графиката на функцията $y = 5 + x$ върху същата координатна система. Трябва да получите следното:





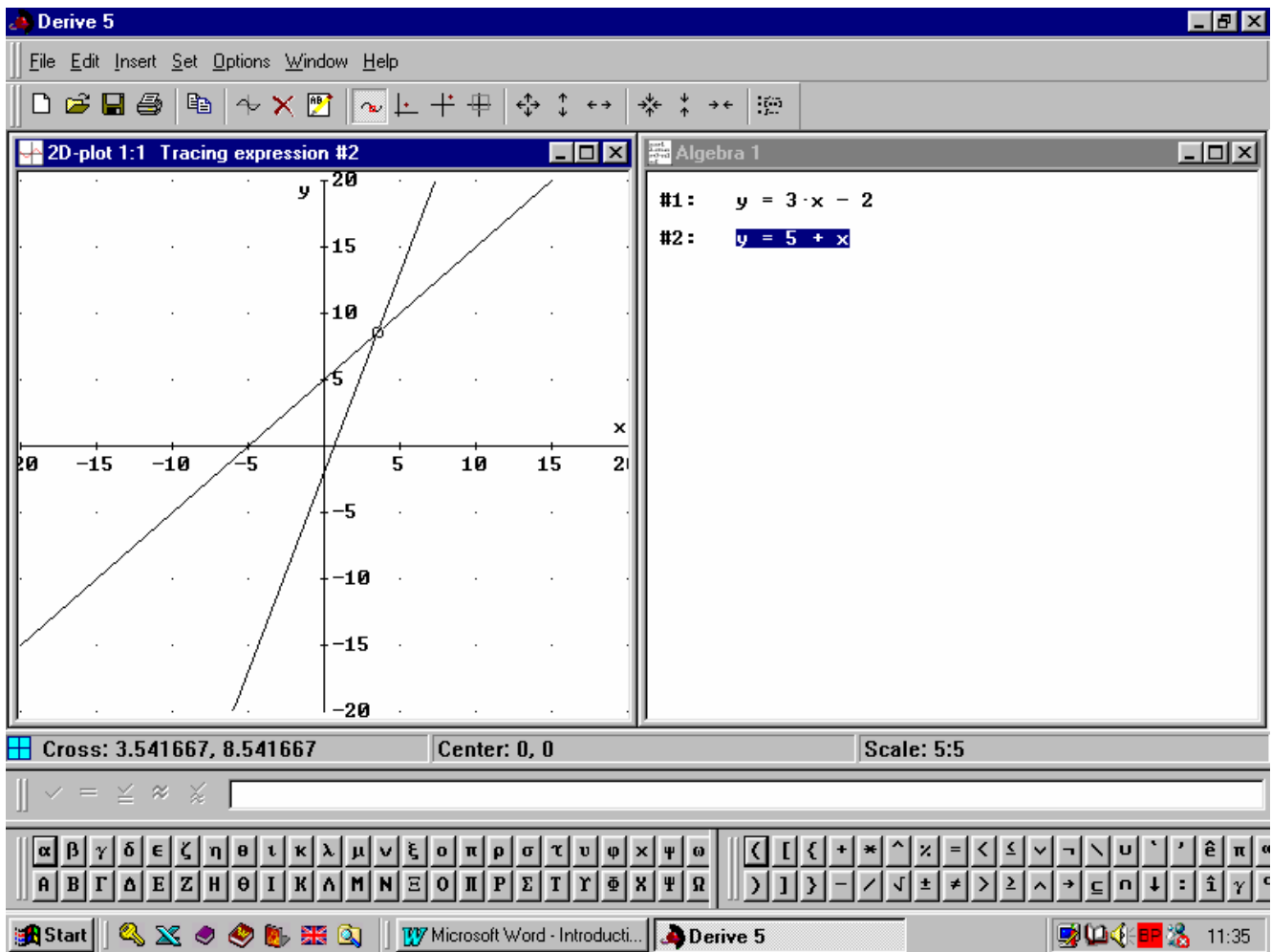
Забележка 6:

1. За да се върнете в алгебричния прозорец, *използвайте бутона* .
2. Ако искате да виждате едновременно и алгебричния и графичния прозорец, направете следното: *От менюто изберете **Window** > **Tile vertically**.*
3. За да преминавате от единия към другия прозорец достатъчно е само да *кликвате върху прозореца*, в който желаете да работите в дадения момент.

III. Намерете координатите на пресечните точки на двете графики.

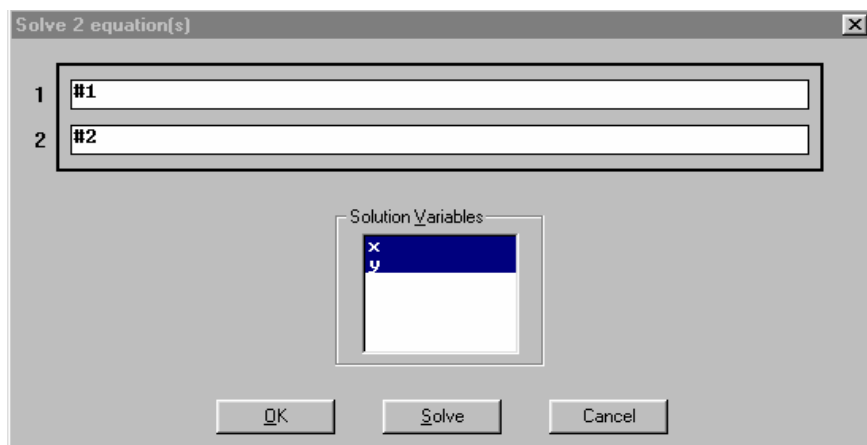
Най-напред направете това графично:

1. В графичния прозорец *използвайте бутоните*  за да видите пресечната точка на двете линии.
2. Кликнете върху бутона . Върху едната от двете графики ще появи малко кръгче. С клавишите \downarrow и \uparrow от клавиатурата може да прехвърляте това кръгче от едната графика на другата. А с клавишите \leftarrow , \rightarrow може да предвижвате кръгчето по графиката, върху която се намира.
3. Придвижете кръгчето до пресечната точка на двете прави. В левия ъгъл под графиката ще видите изписани координатите на тази точка: **Cross: 3.541667, 8.541667**



Сега намерете координатите на пресечната точка аналитично, като решите системата от уравненията на двете прави:

1. Преминете в алгебричния прозорец.
2. От менюто изберете **Solve > System**.
3. В излезлия малък прозорец е необходимо да посочите броя на уравненията в системата, която ще решавате: В полето **Number:** *напишете 2* > **Ok**.
4. Ще се появи нов прозорец, в който трябва да посочите двете уравнения. Тъй като вече имате въведени тези уравнения не е необходимо да ги пишете наново. Достатъчно е *да въведете само номерата на редовете, в които се намират*, а именно #1 и #2, както е показано по-долу. *Натиснете Solve*.



5. Ще получите следния резултат :

#4:
$$\left[x = \frac{7}{2} \wedge y = \frac{17}{2} \right]$$

Запишете отговора чрез десетични числа.

II. Начертайте параболата $y = x^2$ и правата $y = 2x + 24$. Намерете координатите на пресечните им точки, първо графично, а после аналитично.

Затворете графичния прозорец. Изпразнете алгебричния, като маркирате всички изрази и натиснете **Delete**. Разположете го върху целия екран, като кликнете два пъти върху синята лента в горния му край.

9. Диференциране.

I. Намерете производната на функцията $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$: Въведете $x^3 + 3x^2 + 2 >$

Натиснете $\frac{d}{dx}$ > Variable: x > Order: 1 > Simplify.

Ще получите следното:

#2:
$$\frac{d}{dx} (x^3 + 3 \cdot x^2 + 2)$$

#3:
$$3 \cdot x^2 + 6 \cdot x$$

II. Намерете производната на функцията $f(x) = x^3 \sin x$.

10. Интегриране.

I. Пресметнете неопределен интеграл от функцията $f(x) = 3x^2 + 6x$: Кликнете върху номера на

реда, в който се намира израза $3x^2 + 6x >$ Натиснете \int > Variable: x > Изберете неопределен интеграл **Indefinite** > Simplify.

Ще получите следното:

#4:
$$\int (3 \cdot x^2 + 6 \cdot x) dx$$

#5:
$$x^3 + 3 \cdot x^2$$

Повторете процедурата, като този път напишете c в полето **Constant**: на прозореца, излизащ след натискането на \int .

Ще получите следното:

#6: $\text{INT}(3 \cdot x^2 + 6 \cdot x, x, c)$

#7: $x^3 + 3 \cdot x^2 + c$

II. Пресметнете неопределен интеграл от функцията $f(x) = x^3 \sin x$.

11. Въвеждане на текст в прозореца на DERIVE.

За да въведете текст в DERIVE, направете следното:

1. Ако алгебричният прозорец е празен, то *изберете от менюто **Insert > Text object > Кликнете в появилия се правоъгълник и въведете желанния текст.***
2. Ако алгебричният прозорец не е празен, то маркирайте реда, след който искате да въведете текста и повторете процедурата в точка 1.
3. Ако желаете да пишете на български, то *още преди да сте кликнули върху **Insert**, изберете от менюто **Options > Display > Font of New Text Objects > Изберете желанния шрифт (Font) > Преминете към кирилица > Изпълнете съответно точка 1 или точка 2, в зависимост от ситуацията, която имате.***

12. Някои полезни клавиши:

Клавиш	Употреба
F3	Копира маркиран израз от алгебричния прозорец в полето за въвеждане.
F4	Както F3, но изразът в полето за въвеждане ще бъде поставен в скоби.
F1	Бързи клавиши за използване на Help менюто.
Ctrl E	Бързи клавиши за въвеждане на Неперовото число e .
Ctrl P	Бързи клавиши за въвеждане на числото ϕ .
Ctrl Q	Бързи клавиши за въвеждане на квадратен корен.
Ctrl I	Бързи клавиши за въвеждане на имагинерната единица i .

Забележка 7:

1. Числата e , ϕ и i могат да бъдат намерени и под алгебричния прозорец в групата бутони с математически символи.
2. В DERIVE числата e и i се изписват съответно по следния начин $|$ и \backslash .

14. Някои полезни вградени функции на DERIVE.

Експоненциална функция:

EXP(z) – експонента от израза z, т.е. e^z (Когато въведате e^z , вместо EXP(z), може да въведете израза $|^z$).

Логаритмични функции:

LN(z) – Натурален логаритъм от израза z (z > 0).

LOG(z) – Натурален логаритъм от израза z (z > 0).

LOG(z, 10) – Десетичен логаритъм от израза z (z > 0).

LOG(z, a) – Логаритъм от израза z (z > 0) при основа a.

Тригонометрични функции: $\text{SIN}(z) - \sin z$ $\text{COS}(z) - \cos z$ $\text{TAN}(z) - \text{tg } z$ $\text{COT}(z) - \text{cotg } z$ **Обратни тригонометрични функции:** $\text{ASIN}(z) - \arcsin z$ $\text{ACOS}(z) - \arccos z$ $\text{ATAN}(z) - \text{arctg } z$ $\text{ACOT}(z) - \text{arccotg } z$ ***Забележка 8:***

Не е задължително имената на функциите да бъдат изписани с големи букви.

Автор: гл.ас. Ева Димитрова