

Преподаване на математика с помощта на компютър

Предпоставки

През последните две десетилетия, преподаватели и ръководни кадри, отговорни за обучението във висшето образование, алармираха за масово снижаване на нивото на математическите знания на младежите, постъпващи в системата на висшето образование. Най-напред това бе установено в областта на инженерните науки, но не характеризира само този тип обучение. Бе отбелязано, че резултатите на студентите от приемните изпити в някои факултети по природни науки са били даже по-ниски.

Влошаване на математическите знания и умения на студентите по инженерни науки

В инженерните общности на много от високотехнологично развитите страни като Австрия, Швеция и Великобритания има растящо безпокойство, че много от завършилите инженери са с недостатъчни основни познания и умения по математика. Великобританският Институт по математика и нейните приложения публикува доклад през 1995 година, изразяващ това безпокойство. Бе отбелязано, че на инженерите им липсва необходимото разбиране на важни математически концепции и идеи, както и способност да свободно да боравят с математика и следователно, умениято да прилагат математиката в инженерния труд.

Р. Сутерланд и С. Пози, в своя доклад пред Инженерния Съвет през 1995 година, постановиха [1]: „Съществува безпрецедентно безпокойство сред математиците - учени и инженери във висшето образование относно подготовката на новопостъпващите студенти”. Това състояние е разпространено почти в целия свят. Те докладваха, че преобладаващата част от интервюираните лектори са на мнение, че математическите знания на студентите-инженери от първи курс са по-слаби и несигурни, отколкото са били преди 10 години. Положението оттогава не се е променило, но намаляването на математическите знания ще продължава и занапред.

Те определиха две основни причини за тези промени:

- разширяване на изискванията за постъпване в университетите, като се допуска да влизат студенти с професионално образование или по други, нетрадиционни пътища;
- промени в курса на обучение на студентите преди влизането им в университета.

Нашите колеги, които преподават в технически университети, докладваха подобен опит на срещите в Мишколц (2000), Гьотеборг (2002), Виена (2004), и Конгсберг (2006) на европейските семинари по математика и инженерни науки - SEFI MWG European Seminars on Mathematics in Engineering, като много от тези заключения са включени в т.н. SEFI-MWG ядро на учебните програми.

Този феномен не касае само обучението по инженерни науки. Резултатите на студентите, постъпващи в някои факултети по естествени науки са дори по-слаби в последните няколко години.

Кои са целите на преподаването по математика

Изглежда, че по-горе посочения проблем за драматичното влошаване на знанията и уменията на постъпващите в университета студенти е довело до увеличаване отговорността на тези, които преподават математика. Тази отговорност има поне две лица.

Първо, необходимостта да се разгледа проблема с назначаване на работа и подбора на студентите, влизащи в университета със способности да завършат успешно следването си.

Второ, и то най-важното е, да се предложат необходимите математически знания, на базата на на минимална предварителна подготовка.

Ще представим едно резюме на някои актуални проблеми в преподаването на математика в европейските университети, като отчетем опита от национални и интернационални конференции по въпроса и дейността на работната група по математика SEFI.

Мерки, предприети от страна на университетите

Европейските университети не са от тези, които загърбват проблемите, а бяха предприети редица мерки за тяхното решаване. Тези мерки включват:

1. Намаление обема на съдържанието на учебните програми и заместване на най-трудния материал с по-приемлив, изискващ по-ниско ниво на работа;
2. Въвеждане на допълнителни учебни курсове;
3. Създаване на центрове за поддръжка на математиката.

Всяка от тези мерки има своите недостатъци.

Намалването на обема на съдържанието на учебните програми ще помогне на по-слабите студенти да завършат; впрочем, премахването на най-сложния материал от друга страна ще смали нивото на подготовка и на най-добрите студенти, които ще бъдат по-малко обучени за по-трудни и аналитични части от тяхното инженерно образование.

Въвеждането на допълнителни учебни курсове означава, че може да се включи основен материал, включително и такъв, който е по-труден или е като премахнатия. Впрочем, на практика такъв подход води до редица трудности. Идеалният вариант е да се мине необходимият основен материал преди “стандартните” математически курсове, но за това няма време.

Центровете за поддръжка на математиката са извън формалното разбиране за структура на курсовете. Те предоставят на студентите възможности за преодоляване на трудностите чрез допълнителни средства и индивидуални уроци. Ще отбележим, че колегите, които работят в подобни центрове знаят, че този подход не решава проблемите. Обикновено най-слабите имат нужда от систематична подготовка за да им се даде цялостно математическо знание, вместо да се запълват дупки.

Пътят за решаване на проблема и възможни решения

Като начало трябва да се съгласим с това, че класическият начин на преподаване не е достатъчен за да посрещне на текущото положение и че трябва да се допълни с нови,

различни методи за преподаване, които съответстват на промените и очакванията на обучаемите. Понастоящем предприетите мерки могат да се обобщят така:

- Анализ и обновяване съдържанието на учебните програми;
- Въвеждане и разширяване използването на компютърно-базираните методи за обучение;
- Въвеждане на взаимни форми на обучение за засилване участието на студентите в учебния процес.

Обновяване на математическото съдържание в преподаването по математика

Тази мярка постоянно стои във фокуса на университетите, тъй като всеки факултет иска да е в крак с променящото се търсене. Затова е много важно да се намери последната версия. Освен това, обикновено само няколко хора или група от експерти извършва обновяването на учебните програми. Като следствие на Болонската Декларация ще се наложи университетите да въведат драстични промени в техните сегашни профили за обучение. Това също означава и значителни промени в съдържанието на курсовете. В обновяването на темите по математика една от най-важните стъпки е ясното формулиране на основните концепции на математиката. Относно понятието за функция, което е най-важното в обучението на студентите, много статии разискват ролята на функцията в математиката за инженери и някои привидно ненужни нейни приложения, например дефиниция на редици, вектори, матрици и графи. Техническите примери ще помогнат на студентите да се запознаят отблизо с математическите концепции, теореми и тяхното практическо приложение.

Идеята за обновяване трябва да се съсредоточи върху упражняване в логическо мислене и подходяща дедукция и в това отношение ще се спрем на индуктивно-интуитивно преподаване. Един важен елемент от инженерното обучение е изразен много точно в следния цитат от Валек: „Никога не можем да знаем кога някоя абстрактна теорема от аритметиката ще ни потрябва в техническо приложение. Затова студентите трябва свободно да разбират някои специални глави от математиката”. Следователно можем да изкажем предложението за преподаване на отделни глави от абстрактните области от математиката, като концепцията за обратни полугрупи, хамилтонови кватерниони или ойлерови пътища в графи, които могат да се включат в инженерното обучение.

Компютърно подпомогнато обучение

Автори като Бъртън и др. 1992 [2] и Мейсън 1994 [3] правят заключението, че работодателите на всички току-що завършили студенти и в частност на завършилите инженерство, подчертават, че имат нужда да наемат хора, които са научени как да учат, които са гъвкави, имат умения да търсят решения, да разсъждават аналитично, както и да работят в екип. Новите технологии имат голямо влияние, обаче тяхното въвеждане на работното място, в класната стая и по време на лекции могат да доведат до безкритична употреба на средства без да се съпровождат от промените и от разбирането на нуждите на образованието. **Много е важно студентите да имат задълбочени математически познания, които ще им помогнат да станат потребители на софтуер, с които да**

разбират и да могат да проверяват верността на компютърните резултати. Да се изисква освен това студентите да знаят как се използва математически софтуер, за да изчисляват задачи, които се решават много по-лесно с компютър (например решаването на системи с много уравнения).

Важно е студентите не само да научават съответните команди от даден пакет софтуер, с който работят. Те трябва да се научат да използват пакетите с разбиране, което се основава на математическо знание, за да могат да разпознават кога компютърното решение е неточно или непълно.

Последните години показаха, че има нарастващ интерес в изследването на компютърно подпомогнатото обучение. Бе натрупан експериментален опит, представен в много статии. Авторите достигат до заключението, най-често получено на базата на техния собствен опит, че преобладаващата част от методите за компютърно подпомогнато обучение могат да бъдат по-ефективни в групи с няколко участници и особено, когато се прилагат съвместно с активни методи.

Авторското мнение е, че производението от броя обучавани и коефициента на ефективност е константа. То се потвърждава от следния вид заключения:

- Компютърно подпомогнатото обучение и дистанционното обучение, по мнението на експертите в тази област, е най-ефективно, когато 10-15 студента, заедно със своя преподавател едновременно седят срещу компютъра по едно и също време, и макар далеч един от друг, учат заедно;
- Изследването на използването на компютърен софтуер показва, че най-ефективно е обучението по математика за по-малки групи от обучаеми.

Бързите промени в компютърните и информационните технологии, нарастването на мощта на персоналните компютри и големият брой математически софтуер (Maple, Mathematica, MatLab, MuPad, Derive и др.), които сега са леснодостъпни за студентите, не могат да се пренебрегнат. Най-малко това изисква радикално преосмисляне за начина, по който трябва да се представят темите в учебните програми, за да оказват влияние върху преподаването на математика в европейските университети. Има две различни следствия в резултат на тази експанзия на компютри и софтуер, които имат голямо значение за програмите за обучение по математика. Първото е, че вероятно вече са създадени някои нови методи за преподаване и изучаване на математика. Второто следствие е, че огромният брой сложен математически софтуер сега е общодостъпен, което позволява решаването на задачи с такъв размер и сложност, които само преди няколко години бяха част от изследователската работа.

Активно участие на студентите – методи за взаимно учене

Мнението на студентите, завършили преди няколко години показва, че те използват само малка част от математически познания, получени в университета, в професионалната си работа. Впрочем, повече им помага логическото мислене, придобито от ученето на математика.

За студентите е съществено да могат да формулират свои собствени методи за обучение. За целта те се нуждаят от помощ. Студентите трябва да се научат как да учат. Ползата от метода, предлаган в настоящия Пилотен Проект по Програма Леонардо може

да бъде много важна за тяхното университетско обучение, едновременно с вторичните й ефекти. Структурата на процеса на преподаване е изключително важна, както и задълбоченото познаване на въпросите, произлизащи от нея. Концепциите трябва да се дефинират много ясно, важно е и да се дават ясни и кратки формулировки на теоремите. За да се оползотвори наличното време за преподаване и за да има ефективност, ние всички се опитваме да изказваме теореми и да обясняваме тяхното приложение, вместо да ги доказваме. Така е по-лесно да се наблегне на аспектите на теорията на математиката, компютърните доказателства и демонстрации, моделите и изчислителните примери.

Важно е да се дава описание и обяснение на технологичните приложения при преподаването на математика. Важно е също така интерпретирането на теоретичната част и на резултатите от изчисленията. Единството на преподаване и учене въпреки, включва точната оценка на резултатите, получени с изчислителната техника.

В днешно време скоростта на методите също е съществена, както и тяхното качество. За да се научат студентите да работят самостоятелно се изисква някаква предварителна подготовка за работа с хардуер и софтуер и съответно ръководство.

Съдържанието на настоящия Леонардо проект “Европейска виртуална лаборатория по математика” е замислено да повиши нивото на преподаване и изучаване на математика, и ако опитът за взаимно учене и направените консултации в Центровете за обучение по математика към проекта помогнат за това, то целите на нашия проект ще бъдат постигнати.

Въпреки спадащото ниво на обучението в средното образование, появяват се все повече образователни форми, в които на математиката се отделя по-основна роля. Мотивацията на студентите да учат намалява, което трябва да се овладее само с въвеждане на нови методи. Започна процес на стандартизация в целия свят и в Европа, което е залегнало в т.н. ЯДРО НА УЧЕБНИТЕ ПРОГРАМИ (CORE CURRICULUM), разработено от SEFI-MWG [4]. Някои занаяти и специалности изчезват, докато други изглеждат изникват отникъде. Системите от условия изглеждат много трескави. Често те се променят и модифицират веднага след въвеждането си. Маркетинговата ориентация прави образованието уязвимо. Основните области в преподаването на математика за инженери се виждат от търсенето на лектори по дадени инженерни дисциплини, обявите за пост-докторанти и нуждите на потребителите. Важно е да се избира определена част от математическото знание, която да бъде добре обмислена. Важно е също така, да се познават широк кръг от методи за преподаване и учене, да се познават възможностите на студентите, като се използват предварителни тестове за оценка на техните знания.

Литература

1. Sutherland, R.; Pozzi, S.: *The changing Mathematical Background of Undergraduate Engineers*, The Engineering Council, London, 1995.
2. Burton, L.; Cook, J.; Gallacher, J.; Jordison, R.; and Nickson, M.: *Access to Mathematics for Higher Education*, Report of a project sponsored by BP Glasgow. „Aiming for a College Education Programme, Birmingham, University of Birmingham, University of Glasgow and Glasgow Polytechnic, 1992.
3. Mason. W.H.: *A Complete Engineer*, Prism, American Society of Engineering Education, October, 1994/10.
4. SEFI-MWG CORE CURRICULUM [<https://learn.lboro.ac.uk/mwg/core.html>]