

За Наръчника на учителя

Дънкан Лоусън, Университета на Ковънтри, Великобритания

През последните десетина години компютърните технологии се развиха неимоверно много. Това протече главно по две направления: от една страна цените на компютърните технологии значително намаляха, а от друга съществено се увеличи мощността на хардуера. В резултат, повечето студенти в Европа или самостоятелно, или чрез своите университети, имат достъп до специализирани средства за високоскоростни изчисления. Това даде възможност на преподавателите да въвеждат нови методи за обучение на техните студенти. Тези възможности в частност са особено атрактивни в областта на математиката. Съществуват много начини, с които изчислителната мощ може да бъде използвана за подобряване на обучението и изучаването на математика.

На първо място това се отнася за визуализацията. Много математически понятия стават далеч по-достъпни и разбираеми, когато се изобразят графически. Графичните способности на компютрите позволяват такива визуализации да се представят много лесно на студентите. Нещо повече, за студентите е въпрос на престиж сами да създават свои собствени визуализации.

Второто предимство е възможността да се избягват дългите ръчни пресмятания. Очевидно е, че учащите се понякога губят смисъла основната идея, когато тя се съпровожда с извършване на дълги и трудни изчисления. Получаването на верен резултат с много математически преобразования може да стане даже самоцел на обучаемия, вместо самото разбиране на математическите принципи. Ефективното използване на дадена технология ще позволи да се съкратят във времето дългите сметки, за да може потребителят да се концентрира върху разбирането на концепциите.

Третата полза от прилагане на технологиите е възможността студентите да се справят с много по-тежки (и следователно, с по-реалистични) задачи. Само най-смелите студенти биха се пробвали да решат линейна система от шест уравнения с шест неизвестни, ако разполагат само с молив и хартия. Но с компютърна технология тази задача дори за сто и повече уравнения е сравнително рутинна.

Тези три ползи могат да се постигнат в някаква степен най-малкото с използване на стандартен софтуер от типа на Excel с електронни таблици. Освен това има и голям брой специализирани приложни програми, които използват мощта на съвременните компютри за да представят математиката по много по-ясен начин.

Този Наръчник е ориентиран към такива софтуерни приложения, които имат отношение към образованието. Много от представените в него пакети са били специално създадени за учебни цели. Други пакети са били първоначално предназначени за професионални математици за извършване на сложни символни пресмятания или голям брой изчисления в помощ на тяхната изследователска работа. Макар и не специално създадени за учебна цел, тези пакети могат лесно да се интегрират с образователните програми.

В един идеален свят, всички учители биха имали достъп до всички налични математически софтуерни пакети, за да направят свой собствен подбор. На практика обаче, като изключим тези пакети, които се предоставят безплатно, финансово е възможно да се използват само един или два. С цел да предоставим известно помощно ръководство за бъдещите евентуални потребители, тук представяме достойнствата на редица софтуерни пакети с кратки примери на синтаксиса и екранни изображения с обяснения за читателя.

Дълги години ефективното представяне на математически символи в интернет беше труден проблем. HTML използваше преобразуване на формулите в изображения, които след това се вмъкват в он-лайн документите. Като резултат, в течение на години математическите означения при разпечатване се възпроизвеждаха с много по-ниска резолюция в сравнение с останалия напечатан текст. Наскоро въведеният език *MathML* (Mathematical Markup Language) радикално подобри това положение, позволявайки акуратно репродуциране на математически документи в интернет. Глава 3 дава подробно въведение в *MathML 2.0*, обясняващ нуждата от него и използването му. За онези, които се интересуват в писането на собствени документи на *MathML*, са включени и някои таблици с елементи, функции и др., както и работещи примери за създаване на формули.

За автори, които искат да публикуват математически он-лайн документи, кодирани с *MathML*, но търсят да използват по-интуитивен подход, който е по-близък до Microsoft Equation Editor, едно евтино решение е *SciWriter*. Продуктът *Sciwriter* позволява на пишещия да произвежда елегантни математически документи бързо и лесно, като използва ленти с инструменти и/или бързи клавиши за математически символи. Глава 4 демонстрира тези удобства с копия на екрани и подчертава лекотата за рязане/вмъкване (cut и paste) на формули, написани на *Sciwriter* към *Maple* или *Mathematica*.

GeoGebra е безплатен интерактивен софтуерен пакет, създаден през 2001 година. Проектът бе стартиран първоначално в университета в Залцбург от Маркус Хоненуортър и сега продължава в университета Флорида Атлантк. Софтуерът получи няколко европейски награди за отлични постижения. Той е написан на Java и може да се изтегли от www.geogebra.org. Както се вижда от името му, отначало той е бил за демонстрации на геометрични и алгебрични идеи, но може също така да се използва за намиране на производни и интеграли. Освен преимуществото, че е безплатен, той е лесен за използване и дава възможност на потребителя да участва в неговата доработка и да качва материали в уеб-сайта на *GeoGebra*.

Има нарастващ брой потребители на *GeoGebra*, редовно участващи в попълване ресурсите на сайта. Глава 5 въвежда читателя от свалянето, инсталирането и стартирането на процедурите на *GeoGebra* до обясняване на предназначението на различните управляващи бутони на менюто. Глава 6 демонстрира подробно как се създават прости аплети за интерактивно начертаване на права линия и на квадратна функция.

Пакетът за компютърна алгебра *Derive* беше разработен през 70-те години и заемаше предна позиция в училищата в много държави, особено в Австрия. Макар че *Derive* наскоро бе заместен от *TI-Nspire* като софтуер на Texas Instruments за графични калкулатори, той все още се използва в много училища и университети.

Основите на *Derive* датират от 1970-те и софтуерна фирма от Хонолулу. Фирмата бе купена през 1999 от Texas Instruments, за да интегрира софтуера в поредица свои калкулатори. Макар и далеч не дотам всеобхватен в сравнение с по-големите софтуерни пакети като *Maple*, *Mathematica* и *MATLAB*, *Derive* е способен да извършва символни алгебрични преобразования и може с лекота да разлага на множители големи числа. Макар и по-малко всеобхватен от други пакети, той може да се използва за въвеждане в идеите на компютърната алгебра. Глава 7 служи на читателя като кратко ръководство за работа с *Derive*, демонстрирайки лесната му употреба и възможностите на много от неговите функции. Дадени са примери, включително графичните му способности, опростяване на рационални алгебрични изрази и др.

Mathematica е много мощно математическо средство както за професионалния математик, така и за научния работник. Пакетът може да извършва изключително голям брой математически операции – далеч по-много от количеството, което вероятно ще се изисква от средния студент от началните курсове на университета. Иначе казано, това е скъпо парче софтуер. Впрочем, разработени са много производни на *Mathematica*, които работят по същия начин както основния софтуер, но имат много по-ограничени възможности – и следователно са с по-поносима цена.

webMathematica добавя интерактивни изчисления и визуализиране към уеб-сайт чрез интегриране на *Mathematica* с най-новите уеб-сървърни технологии. Така този софтуер позволява на потребители, които не са запознати с *Mathematica*, да провеждат сложни изчисления он-лайн. Разработчиците на уеб-страници не трябва да се притесняват за управление на сесията, нито за обработката на грешки. *webMathematica* отговаря за всички аспекти от разработката, предоставяйки на авторите на уеб-сайта възможността да се съсредоточат върху решенията, а не върху детайлите на изпълнението. Глава 8 предлага разбираем преглед на възможностите на *webMathematica* за автори на уеб-сайтове, за да преценят доколко могат да я интегрират в своите разработки. В глава 9 са приведени няколко работещи примера, използващи *webMathematica*, които са приложими за упражнения в час.

Глава 11 предлага съвети на потребителите на системи за компютърна алгебра (СКА) за това как по-добре да използват софтуерните пакети. Предполага се, че имате понятие от *Maple* и/или *Mathematica*, но главата може да се използва и като тест за който и да е от двата софтуера. Макар че разглежда преподаването по многомерен анализ в началните курсове в университета, общите идеи и за всеки курс, който прилага СКА.

MATLAB (съкращение от *MATrix LABoratory*) е софтуерен пакет за числени пресмятания. Първоначално създаден от The Maths Works през 1984, сега *MATLAB* стана един от най-популярните математически пакети, както за обучение, така и за индустрията, с над 1 милион потребители. *MATLAB* позволява лесно матрични манипулации, рисуване на графики на функции и данни, приложение на алгоритми, създаване на потребителски интерфейси и връзки с програми, написани на други езици. Въпреки че е ориентиран към числени пресмятания, има и незадължителна кутия с инструменти, която използва символната машина на *Maple*, така че той става част от СКА. Най-последната версия на *MATLAB* е R2008a, реализирана на 1

март, 2008. Глава 12 предлага въведение в *MATLAB* чрез представянето на серия команди и съответните резултати от тях, вкл. графики на функции. Дадените примери са из областта на матричната алгебра, в която *MATLAB* е много подходящ и лесен за използване.

Mathematica CalcCenter е изчислителен софтуер, комбиниращ мощни изчислителни възможности с прост и интуитивен потребителски интерфейс. Той струва по-малко от половината от стандартния пакет на *Mathematica*. Характерна черта на *CalcCenter* е 'InstantCalculator' (Мигновен изчислител), метод, използващ форма за избрана операция на *Mathematica*. Най-иновационният аспект на InstantCalculator е, че той получава резултата от *Mathematica*, без да показва скрипта, освен ако потребителят не иска да го види. С комбинации от екрани и работни примери, глава 13 въвежда в основните възможности на *Mathematica CalcCenter*. Обяснени са съществените разлики между този продукт и *Mathematica*, за да може читателят да разбере кой от пакетите е по-подходящ за него.

Глава 14 е увод в *Calculus WIZ* – мощно интерактивно ръководство по математически анализ. *Calculus WIZ* използва изчислителната мощ на *Mathematica* за да ви осигури сравнително ефтин и разбираем софтуер в помощ на преподаването по анализ за студентите от началните курсове на университета. Продуктът е самосамостоятелен продукт, със специално изработена математическа машина, основана на технологията на *Mathematica*. Друг продукт - *Mathematical Explorer*, също е базиран на технологията на *Mathematica* и позволява комбинирането на текст, графика и формули в лесноизползваем интерфейс тип бележник (notebook), който е напълно интерактивен, така че потребителят става участник в математическите идеи. *Mathematical Explorer* дава възможност на потребителя да изследва много интересни въпроси, свързани с физиката и абстрактните феномени и да проникне в тях с помощта на изчисления и визуализация. Освен това се предоставя база данни с биографична информация за известни математици от историята на математиката. Така учителят може да представя математиката като идеи, създадени от реални хора в историческия им контекст. Глава 14 дава кратка информация за *Calculus Wiz* и *Mathematical Explorer*, демонстрирайки със серия от екрани лесното използване на двата софтуерни пакета.

Mathematica беше замислена от Стивън Волфрам и разработена от водения от самия него екип през 1988 година. Последната версия 6.0.2 е от 25 февруари, 2008. *Mathematica* е система за компютърна алгебра, която борави както със символни, така и с числени пресмятания и работи с език, поддържащ функционално и процедурно програмиране. *Mathematica* има над 1 милион потребители, включително повечето университети в света. Глава 15 дава общ обзор на възможностите на *Mathematica*, илюстрираща такива възможности като графика и палети. Глава 16 запознава читателя с голям брой от наличните команди, снабдени с обяснения, в областта на математическия анализ, редовете, линейната алгебра и др. Двете глави имат за цел да подпомогнат читателите, незапознати с *Mathematica*, да разберат с каква лекота тя може да се използва за преподаване на сложни математически идеи.