

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“  
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 02.07.2019 г.

ВАРИАНТ 1

Част I. Зачертайте със символа X буквата на единствения верен отговор на задачи 1–12. Поправка се допуска само чрез ✕. За всеки верен отговор: 1 точка, в останалите случаи: 0 точки.

1. Стойността на израза  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$  е:
- А) 2                      Б) 4                      В) 6                      Г) 8.
2. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корените на уравнението  $x^2 - 3x - 10 = 0$ , то стойността на израза  $x_1^2 + x_2^2$  е:
- А) 29                      Б) 10                      В) 9                      Г) 11.
3. Корените на уравнението  $2^{x^2-2x} = \left(\frac{1}{16}\right)^{2-x}$  са:
- А) -2 и 4                      Б) -4 и 2                      В) -2 и 2                      Г) 2 и 4.
4. Най-голямата цяла стойност на  $x$ , за която е дефиниран изразът  $\frac{\log_4(x^2 - 16)}{\sqrt{8 - x}}$ , е:
- А) 4                      Б) 7                      В) 6                      Г) 8.
5. Броят на корените на уравнението  $6|x| - x^2 = 0$  е:
- А) един                      Б) два                      В) три                      Г) четири.
6. Решенията на неравенството  $1 + \frac{15}{x^2} < \frac{8}{x}$  са:
- А)  $x \in (3; 5)$                       Б)  $x \in (5; +\infty)$                       В)  $x \in (3; +\infty)$                       Г)  $x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ .
7. Отношението на петия и третия член на растяща геометрична прогресия е 9. Ако сумата на първите четири члена на прогресията е 160, то вторият член на прогресията е:
- А) 4                      Б) 36                      В) 24                      Г) 12.
8. Ако  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$ , то стойността на израза  $2\sin^4 \alpha - 2\cos^4 \alpha$  е:
- А)  $\frac{1}{2}$                       Б)  $\frac{1}{4}$                       В) 2                      Г)  $-\frac{1}{2}$ .
9. В правоъгълния  $\triangle ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) са построени височината  $CH$  и ъглополовящата  $CL$  ( $H, L \in AB$ ; т.  $L$  е между  $A$  и  $H$ ). Ако  $\angle CLH = 75^\circ$  и  $CH = 3$ , то дължината на  $AC$  е:
- А)  $3\sqrt{3}$                       Б)  $6\sqrt{3}$                       В) 6                      Г) 3.

10. Даден е равнобедрен триъгълник, за който дължината на основата е равна на дължината височината към нея. Синусът на ъгъла между бедрата на триъгълника е:

A)  $\frac{4}{5}$

Б)  $\frac{3}{5}$

В) 1

Г)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

11. Диагоналите  $AC$  и  $BD$  на ромба  $ABCD$  се пресичат в точка  $O$ , а точка  $M$  е средата на  $AB$ . Ако  $OM = 5$  и  $BD = 12$ , то лицето на ромба е:

A) 48

Б) 100

В) 192

Г) 96.

12. Равнобедрен трапец с периметър 52 cm и лице  $104 \text{ cm}^2$  е описан около окръжност. Радиусът на окръжността е:

A) 8 cm

Б) 4 cm

В) 6 cm

Г) 2 cm.

**Част II. Отговорите на задачи 13–17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате 2 точки, иначе: 0 точки.**

13. Корените на уравнението  $\sqrt{5x^2 - 19} = x + 1$  са

14. Решенията на системата  $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 7 \\ xy = -2 \end{cases}$  са

15. В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) е построена ъглополовящата  $AL$  ( $L \in BC$ ). Ако  $BL : CL = 1 : 2$  и периметърът на  $\triangle ABC$  е 30, то дължината на  $AL$  е

16. Окръжността с диаметър страната  $AC$  на  $\triangle ABC$  пресича страната  $AB$  в точка  $D$  и се допира до  $BC$  в точка  $S$ . Ако  $AD = 2$  и  $BD = 8$ , то радиусът на тази окръжност е

17. Дължините на страните на успоредник са 10 и 6, а дължината на единия от диагоналите му е  $2\sqrt{19}$ . Дължината на другия диагонал на успоредника е

**Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18–20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.**

18. Намерете корените на уравнението  $\log_2(x^2 + 4x) - \log_2 3 = \log_2(x + 1) - 1$ .

19. Намерете стойностите на реалния параметър  $p$ , за които неравенството  $(p - 1)x^2 + px + 2p - 3 > 0$  е изпълнено за всяко реално число  $x$ .

20. Даден е  $\triangle ABC$ , за който  $AB = 2$ ,  $BC = \sqrt{7}$  и  $\angle BAC = 120^\circ$ . Продължението на ъглополовящата на  $\angle BAC$  пресича описаната около  $\triangle ABC$  окръжност в точка  $D$ . Намерете дължината на  $AD$ .

**Пожелаваме Ви успешно представяне!**