

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 3 ЮНИ 2019 г.

Вариант 3

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез ✖. За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Ако $\frac{1}{x} + x = 2$, то стойността на израза $\frac{1}{x^2} + x^2$ е:
А) 2; Б) 4; В) 8; Г) 16.
2. Реалното число $|3 - \sqrt{11}| - |\sqrt{11} - 3|$ има стойност:
А) $2\sqrt{11}$; Б) -6; В) $-2\sqrt{11}$; Г) 0.
3. Най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $3^{2x-1} \geq 1$ е:
А) -1; Б) 0; В) 1; Г) 2.
4. Стойностите на x , за които е дефиниран изразът $\sqrt[3]{x-5} + \frac{2}{\lg(x-3)}$ са:
А) $(-\infty, -5) \cup (3, 4)$; Б) $(-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$; В) $(5, +\infty)$; Г) $(3, 4) \cup (4, +\infty)$.
5. Най-голямата стойност на функцията $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$ е:
А) 1; Б) 7; В) 5; Г) 9.
6. Колко е стойността на израза A^2 , ако $A = 5^{\log_{25} 4} + \lg 2000 - \lg 2$?
А) 5; Б) 4; В) 9; Г) 25.
7. Коя от функциите има най-малка стойност равна на 1?
А) $y = -x^2 + 3x - 2$; Б) $y = 2\sin x + 1$; В) $y = 1 + 3\cos x$; Г) $y = 5x^4 + 2x^2 + 1$.
8. Ако $a = \sin 36^\circ \cos 9^\circ + \sin 9^\circ \cos 36^\circ$ и $b = \sqrt{2} \sin 15^\circ \cos 15^\circ$, то ab е:
А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{1}{4}$; В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Г) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
9. В равнобедрен триъгълник ъглополовящата към основата има дължина a cm, а бедрото му е с дължина $\sqrt{3}a$ cm. Лицето на триъгълника е:
А) $4\sqrt{2}a^2$ cm²; Б) $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$ cm²; В) $2\sqrt{2}a^2$ cm²; Г) $\sqrt{2}a^2$ cm².
10. В трапец $ABCD$, с основи $AB = 10$ cm, $CD = 5$ cm и бедро $AD = 7$ cm, е вписана окръжност. Косинусът на $\sphericalangle BAD$ е:
А) $\frac{1}{5}$; Б) $\frac{1}{6}$; В) $\frac{1}{7}$; Г) $\frac{1}{8}$.

11. В успоредник $ABCD$ вътрешната ъглополовящата на $\sphericalangle BAD$ пресича страната CD в средата ѝ. Дължината на страната BC е b cm и $\sphericalangle ABC = 120^\circ$. Лицето на успоредника е:

- А) $\sqrt{3}b^2$ cm²; Б) $\frac{3\sqrt{3}}{2}b^2$ cm²; В) $\frac{1}{2}b^2$ cm²; Г) b^2 cm².

12. Страните на триъгълник имат дължини 4 cm, 6 cm и 9 cm. Дължината на ъглополовящата към най-голямата страна е:

- А) $\frac{\sqrt{141}}{25}$ cm; Б) $\frac{\sqrt{123}}{5}$ cm; В) $\frac{\sqrt{114}}{5}$ cm; Г) $\frac{\sqrt{104}}{5}$ cm.

Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.

13. Корени на уравнението $2^{x^2+x-6} - 2^{x^2+x-9} = 56$ са:

14. Корените на тригонометричното уравнение $2\cos^2 x - 3\sin x = 0$ в интервала $[0, \pi]$ са:

15. Системата
$$\begin{cases} \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = 11 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 17 \end{cases}$$
 има решение:

16. В четириъгълник $ABCD$ е вписана окръжност и $AD = 8$ cm, $CD = 6$ cm, $BD = 17$ cm, $\sphericalangle BAD = 90^\circ$. Косинусът на $\sphericalangle BCD$ е:

17. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ с основа $AB = 10$ cm и височина към бедро - 8 cm. Височината към основата има дължина:

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18 – 20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.

18. Да се реши уравнението $x^2 - 3x + 2\sqrt{x^2 - 3x} = 8$.

19. Да се реши неравенството $\frac{x+1 - \log_3(9x)}{1 - \log_3 x} \geq 1$.

20. Даден е $\triangle ABC$ с $\sphericalangle ACB = 120^\circ$. Разстоянията от центъра на вписаната в триъгълника окръжност до върховете A и B са съответно $2\sqrt{3}$ и 3. Да се намерят радиусите на описаната и вписаната окръжност на $\triangle ABC$.

Пожелаваме Ви успешно представяне!