

# ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“

## КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 15.07.2010

### ТЕМА 2

Част I. Зачеркнете с  $\times$  буквата на единствения верен отговор на задачи 1-12.

Поправка се допуска само чрез  $\bullet$ . За всеки верен отговор: 1 точка, иначе: 0 точки.

1. Кое от следните числа е най-голямо?

- А)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$ ;                      Б)  $2^3\sqrt{2}$ ;                      В) 32;                      Г)  $2^{-\frac{1}{4}}$ .

2. Корените на уравнението  $|x^4 + 3x^2 + 4| = 4$  са:

- А)  $0, \pm\sqrt{3}$ ;                      Б) 0;                      В)  $\pm\sqrt{3}$ ;                      Г)  $\sqrt{3}$ .

3. Сумата от корените на уравнението  $(x+1)\sqrt{x^2+x-2} = 0$  е равна на:

- А) 0;                      Б) -2;                      В) -1;                      Г) 1.

4. Най-малкото естествено число, което е решение на неравенството  $\frac{x^2+2x-3}{x-4} > 0$ , е:

- А) 5;                      Б) 4;                      В) 0;                      Г) 1.

5. Първият член  $a_1$  и разликата  $d$  на аритметична прогресия, за която  $\begin{cases} a_5 + a_1 = 22 \\ a_8 - a_5 = 6 \end{cases}$ , са:

- А)  $a_1 = 6, d = 2$ ;                      Б)  $a_1 = 7, d = 2$ ;                      В)  $a_1 = 7, d = 3$ ;                      Г)  $a_1 = 2, d = 7$ .

6. Ако функцията  $f(x)$  е четна и  $f(-2) = -3$ , то стойността на израза  $\frac{f^2(2) - 3f(2)}{f^3(2) + 9}$  е равна на:

- А) 0;                      Б) -1;                      В)  $-\frac{1}{6}$ ;                      Г) 1.

7. Границата на функцията  $f(x) = \frac{5x^2 - 1 - 3x^3}{2x^3 + 4}$  при  $x \rightarrow +\infty$  е:

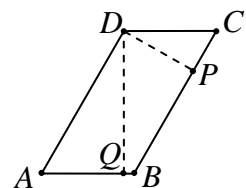
- А)  $\frac{5}{2}$ ;                      Б)  $-\frac{3}{2}$ ;                      В) 0;                      Г)  $+\infty$ .

8. Стойността на първата производна на функцията  $f(x) = 4\cos 3x$  при  $x = \frac{\pi}{9}$  е:

- А)  $-2\sqrt{3}$ ;                      Б) 2;                      В)  $6\sqrt{3}$ ;                      Г)  $-6\sqrt{3}$ .

9. Даден е успоредник  $ABCD$  с периметър 50. Ако височините му  $DP$  и  $DQ$  се отнасят както 2:3, то дължините на страните на  $ABCD$  са:

- А) 20 и 30;                      Б) 2 и 3;                      В) 10 и 15;                      Г) 12 и 13.



10. Окръжност, вписана в трапец  $ABCD$ , се допира до бедрото му  $BC$  в точка  $M$ . Ако  $CM : MB = 1:9$  и  $BC = 20\text{m}$ , то дължината на радиуса на окръжността е:

- А) 6 m;                      Б) 3 m;                      В)  $2\sqrt{6}$  m;                      Г) 18 m.

11. Даден е равнобедрен триъгълник с ъгъл при основата  $\alpha$  и височина към основата 10. Лицето на триъгълника е равно на:

- А)  $100\cot\alpha$ ;                      Б)  $100\tg\alpha$ ;                      В)  $100\sin\alpha$ ;                      Г)  $100\cos\alpha$ .

12. Основата на пирамида е  $\triangle ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), а околният ѝ ръб  $MC$  е перпендикулярен на равнината на основата. Ако  $AB = 13$ ,  $AC = 12$  и  $MB = \sqrt{74}$ , то обемът на пирамидата е равен на:

- А)  $30\sqrt{11}$ ;                      Б) 210;                      В)  $90\sqrt{11}$ ;                      Г) 70.

**Част II. Отговорите на задачи 13-17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен отговор: 2 точки, иначе: 0 точки.**

13. Ако за острия ъгъл  $\varphi$  е в сила  $\tg\varphi - \cot\varphi = \frac{7}{12}$ , то разликата  $\sin\varphi - \cos\varphi$  е равна на

14. Нека  $x_1$  и  $x_2$  са корените на уравнението  $x^2 - 2(a+1)x + 4a = 0$ , където  $a$  е реален параметър. Най-голямата цяла отрицателна стойност на  $a$ , за която е вярно неравенството  $x_1^2 + x_2^2 > 16 - 8a$  е .

15. Допирателната към графиката на функцията  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$  в точка с абсциса  $-1$  сключва с положителната посока на оста  $Ox$  ъгъл с мярка .

16. Центърът на вписаната в  $\triangle ABC$  окръжност е на разстояние 7 и  $7\sqrt{3}$  от върховете му  $A$  и  $B$ . Ако ъгълът при върха  $C$  е  $120^\circ$ , то радиусът на описаната около  $\triangle ABC$  окръжност е равен на .

17. В правоъгълен  $\triangle ABC$  е вписан полукръг с център  $O$  върху хипотенузата  $AB$ , така че  $AO = 3\text{cm}$  и  $OB = 4\text{cm}$ . Лицето на полукръга е равно на .

**Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18-20. Максимален брой точки за всяка задача: 6.**

18. Решете неравенството  $\log_{\sin\frac{\pi}{3}}(x^2 - 3x + 2) \geq 2$ .

19. Намерете коефициентите  $p$  и  $q$  на функцията  $f(x) = x^3 - px^2 - qx$ , ако съответните стойности на  $x$ , за които тази функция получава локален максимум  $f_{\max}$  и локален минимум  $f_{\min}$ , са две противоположни числа и  $f_{\max} - f_{\min} = 4$ .

20. В  $\triangle ABC$  са построени медианите  $AD$  и  $CE$ , като  $AD = 5$ ,  $\angle DAC = \frac{\pi}{8}$  и  $\angle ACE = \frac{\pi}{4}$ . Намерете лицето на  $\triangle ABC$ .

**Пожелаваме Ви успешно представяне!**