

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”  
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 4 ЮНИ 2018 г.

Вариант 1

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез ✖. За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Ако  $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ , то стойността на израза  $\frac{3a-5b}{3a+5b}$  е:  
А)  $\frac{1}{9}$ ;                      Б) 9;                      В)  $-\frac{1}{9}$ ;                      Г) -9.
2. Кое от посочените числа е най-малко?  
А)  $\log_2 8$ ;                      Б)  $\log_3 \frac{1}{3^{-\pi}}$ ;                      В)  $\sqrt{8}$ ;                      Г)  $\sqrt[3]{23}$ .
3. Корените на уравнението  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2-12} = 128^x$  са:  
А) 3; -4;                      Б) -3; 4;                      В) -3; -4;                      Г) 3; 4.
4. Допустимите стойности на израза  $\frac{1}{x-1} + \lg x + \sqrt{7-x}$  са:  
А)  $x \in (0,1) \cup (1,7]$ ;                      Б)  $x \in (-\infty, 0) \cup [7, +\infty)$ ;                      В)  $x \in [7, +\infty)$ ;                      Г)  $x \in (0,1)$ .
5. Коя от дадените функции приема само неотрицателни стойности:  
А)  $f(x) = -x^2 + x - 1$ ;                      Б)  $f(x) = x^2 - 6x + 9$ ;                      В)  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ ;                      Г)  $f(x) = x^2 - 4$ .
6. Ако сумата на третия и четвъртия член на една аритметична прогресия е 17, то сумата на първите шест члена е:  
А) 51;                      Б) 34;                      В) 68;                      Г) не може да се намери.
7. Решенията на системата  $\begin{cases} \log_3 xy = 2 \\ x + y = 10 \end{cases}$  са:  
А) (2,8) и (8,2);                      Б) (1,9) и (9,1);                      В) (3,7) и (7,3);                      Г) (5,5) и (4,6).
8. Ако  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  и  $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$ , то стойността на  $\sin 2\alpha$  е:  
А)  $\frac{12}{13}$ ;                      Б)  $-\frac{12}{13}$ ;                      В)  $\frac{120}{169}$ ;                      Г)  $-\frac{120}{169}$ .
9. Правите  $AB$  и  $CD$  са успоредни, а правите  $AC$  и  $BD$  се пресичат в точка  $O$ . Ако  $AO = 3CO$  и лицето на  $\triangle ABO$  е  $45 \text{ cm}^2$ , то лицето на  $\triangle CDO$  е:  
А)  $5 \text{ cm}^2$ ;                      Б)  $10 \text{ cm}^2$ ;                      В)  $15 \text{ cm}^2$ ;                      Г)  $20 \text{ cm}^2$ .
10. За успоредник  $ABCD$ ,  $AB = 2 \text{ cm}$ ,  $AC = 2\sqrt{7} \text{ cm}$  и  $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ . Дължината на страната  $BC$  е:  
А)  $2 \text{ cm}$ ;                      Б)  $4 \text{ cm}$ ;                      В)  $2\sqrt{5} \text{ cm}$ ;                      Г)  $\sqrt{7} \text{ cm}$ .

11. Успоредник с остър ъгъл равен на  $30^\circ$  има височини отнасящи се тъй както числата 2:3. Ако обиколката на успоредника е  $40\text{ cm}$ , то лицето му е:

- А)  $12\text{ cm}^2$ ;      Б)  $24\text{ cm}^2$ ;      В)  $36\text{ cm}^2$ ;      Г)  $48\text{ cm}^2$ .

12. Страните на триъгълник имат дължини  $5\text{ cm}$ ,  $6\text{ cm}$  и  $7\text{ cm}$ . Дължината на височината към най-голямата страна е:

- А)  $6\sqrt{6}\text{ cm}$ ;      Б)  $12\sqrt{6}\text{ cm}$ ;      В)  $\frac{6\sqrt{6}}{7}\text{ cm}$ ;      Г)  $\frac{12\sqrt{6}}{7}\text{ cm}$ .

**Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.**

13. Корени на уравнението  $|x^2 - 3x| = x - 3$  са:

14. Решения на уравнението  $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$  са:

15. Стойността на израза  $\left(\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} - \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\right) : \left(\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\right)$ ,  
при  $a = 2018$  и  $b = 1$  е:

16. В равнобедрен трапец с основи  $16\text{ cm}$  и  $4\text{ cm}$  е вписана окръжност. Радиусът на тази окръжност е:

17. Даден е  $\triangle ABC$  със страни  $AC = 4\text{ cm}$ ,  $BC = 6\text{ cm}$  и  $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ . Дължината на вътрешната ъглополовяща на  $\sphericalangle ACB$  е:

**Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18 – 20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.**

18. Да се реши неравенството  $\sqrt{x^2 - 5x + 6} < x - 1$ .

19. Сумата на три числа, които образуват аритметична прогресия е 12. Ако първото и третото увеличим с 1, то ще получим три числа които образуват геометрична прогресия. Кои са тези числа?

20. Правоъгълен триъгълник има хипотенуза с дължина  $4\text{ cm}$ . Единият катет, медианата към хипотенузата и другият катет, взети в този ред, образуват геометрична прогресия. Да се намерят дължините на катетите.

**Пожелаваме Ви успешно представяне!**